

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
(повне найменування вищого навчального закладу)
Факультет комп'ютерно – інформаційних систем і програмної інженерії
(назва факультету)
Кафедра кафедра систем штучного інтелекту та аналізу даних
(назва кафедри)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Декан факультету
Ігор БАРАН
« 1 » 2025 року



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ
(назва дисципліни)
галузь знань 12 «Інформаційні технології»
(шифр і назва галузі/ знань)
рівень вищої освіти перший (бакалаврський)
(назва)
спеціальність 124 «Системний аналіз»
(шифр і назва)
освітня програма Інтелектуальний аналіз даних
(назва)
спеціалізація
(назва)
вид дисципліни обов'язкова дисципліна циклу загальної підготовки
(обов'язкова / вибіркова/)

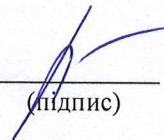
Тернопіль - 2025 рік

Робоча програма з навчальної дисципліни
Рівняння математичної фізики

для студентів Комп'ютерно- інформаційних систем і програмної інженерії
(назва факультету)

Розробники:

ст. викладач кафедри систем штучного
інтелекту та аналізу даних


(підпис)

/ Надія КРИВА /

Робоча програма розглянута та схвалена на засіданні
кафедри систем штучного інтелекту та аналізу даних

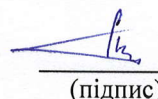
Протокол від «28» серпня 2025 року № 1
Завідувач кафедри


(підпис)

/ Василь ЯЦИШИН /

Робоча програма розглянута та схвалена НМК
факультету комп'ютерно –інформаційних систем і програмної інженерії

Протокол від «01» вересня 2025 року № 1
Секретар НМК


(підпис)

/ Богдана МЛИНКО /

Робоча програма погоджена:

Спеціальність 124 «Системний аналіз»

освітня програма Інтелектуальний аналіз даних

Завідувач випускової кафедри


(підпис)

/ Василь ЯЦИШИН /

Гарант освітньої програми


(підпис)

/Олег ЯСНІЙ /

1. Структура навчальної дисципліни

VI семестр	Всього годин	
Показник	ДФН	ЗФН
Кількість кредитів/годин	6/180	
Аудиторні заняття, год.	90	
Самостійна робота, год.	90	
Аудиторні заняття:		
• лекції, год.	54	
• лабораторні заняття, год.	-	
• практичні заняття, год.	36	
• семінарські заняття, год.	-	
Самостійна робота:		
підготовка до практичних (семінарських) занять	18	
опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції	32	
виконання контрольних завдання	-	
виконання курсових проектів (робіт)	-	
підготовка та складання заліків, екзаменів, тестування	50	
Екзамен	є	
Залік	-	

Частка годин самостійної роботи студента:

денна форма навчання - 50 %;

VII семестр	Всього годин	
Показник	ДФН	ЗФН
Кількість кредитів/годин	3/90	
Аудиторні заняття, год.	32	
Самостійна робота, год.	58	
Аудиторні заняття:		
• лекції, год.	16	
• лабораторні заняття, год.	-	
• практичні заняття, год.	16	
• семінарські заняття, год.	-	

Самостійна робота:		
підготовка до практичних (семінарських) занять	8	
опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції	5	
виконання контрольних завдання	-	
виконання курсових проектів (робіт)	25	
підготовка та складання заліків, екзаменів, тестування	20	
Екзамен	є	
Залік	-	

Частка годин самостійної роботи студента:

денна форма навчання - 64 %;

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

2.1. Мета вивчення навчальної дисципліни

Основною метою викладання є ознайомлення з основними поняттями та методами теорії рівнянь математичної фізики. Формування у студентів розуміння, знань і навичок щодо постановок та методів розв'язування задач для найпростіших рівнянь з частинними похідними другого порядку, які є математичними моделями різних природних процесів

2.2. Завдання навчальної дисципліни

Основними завданнями, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни, є надання студентам знань та основних методів розв'язування теоретичних і практичних задач.

За результатами вивчення дисципліни студент повинен продемонструвати такі результати навчання:

Знати: класифікацію рівнянь з частинними похідними, формулювання основних задач для рівнянь математичної фізики, обґрунтування коректності і властивостей розв'язків та методи розв'язування цих задач.

Вміти: визначати тип і зводити до канонічного вигляду рівняння з частинними похідними другого порядку; розв'язувати задачу Коші та мішані задачі для рівнянь коливань та теплопровідності, і крайові задачі для рівнянь Лапласа та Пуассона.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів *компетентностей*:

K01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

K17. Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних

методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем.

К18. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

К19. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

К20. Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, виокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними.

К25. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

Програмні результати навчання:

ПР04. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

ПР12. Застосовувати методи і засоби роботи з даними і знаннями, методи математичного, логіко-семантичного, об'єктного та імітаційного моделювання, технології системного і статистичного аналізу.

3. Опис навчальної дисципліни

3.1. Лекційні заняття

VI семестр			
№	Тема заняття та короткий зміст	Кількість годин	
		ДФН	ЗФН
1.	Лекція 1. Диференціальні рівняння з частинними похідними, основні поняття. Лінійні диференціальні рівняння з частинними похідними та властивості їх розв'язків. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з двома незалежними змінними. Постановка задачі для диференціального рівняння другого порядку з частинними похідними. Поняття про рівняння математичної фізики.	2	
2.	Лекція 2. Хвильове рівняння. Задача про вільні коливання нескінченної струни та її розв'язування методом Даламбера.	2	

3.	Лекція 3-4. Диференціальні рівняння з частинними похідними гіперболічного типу. Задача про вільні коливання струни із закріпленими кінцями та її розв'язування. Задача Штурма-Ліувілля	4	
4.	Лекція 5. Задача про вимушені коливання струни із закріпленими кінцями та її розв'язування методом розвинення за власними функціями.	2	
5.	Лекція 6. Загальна схема методу Фур'є.	2	
6.	Лекція 7-8. Диференціальні рівняння з частинними похідними параболічного типу. Рівняння лінійної теплопровідності для плоского стрижня без теплових потоків та джерел. Рівняння лінійної теплопровідності для плоского стрижня з тепловими потоками та джерелами.	4	
7.	Лекція 9-10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.	4	
8.	Лекція 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	2	
9	Лекція 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	2	
10	Лекція 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	2	
11	Лекція 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	2	
12	Лекція 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	2	
13	Лекція 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	2	
14	Лекція 17. Теореми про середнє значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.	2	
15	Лекція 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	2	
16	Лекція 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	2	
17	Лекція 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	2	

18	Лекція 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	2	
19	Лекція 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	2	
20	Лекція 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	2	
21	Лекція 24. Теорема про усувну особливість гармонічних функцій.	2	
22	Лекція 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	2	
23	Лекція 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	2	
24	Лекція 27. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	2	
Усього годин		54	

VII семестр			
№	Тема заняття та короткий зміст	Кількість годин	
		ДФН	ЗФН
1.	Лекція 1. Рівняння математичної фізики в нескінченних областях. Коротке повторення основних типів рівнянь (гіперболічні, параболічні, еліптичні). Розв'язання задачі Коші для хвильового рівняння в просторі R^n . Формули Кірхгофа та Пуассона. Фундаментальні розв'язки і їх застосування для розв'язання неоднорідних рівнянь.	2	
2.	Лекція 2. Принцип максимуму та його узагальнення. Детальне вивчення принципу максимуму для рівнянь параболічного та еліптичного типів. Доведення теорем порівняння. Використання принципу максимуму для доведення єдиності розв'язків.	2	
3.	Лекція 3. Методи інтегральних перетворень. Основні ідеї методу: перетворення Фур'є та Лапласа. Розв'язання рівняння теплопровідності та хвильового рівняння за допомогою перетворення Фур'є. Розв'язання рівняння Лапласа в напівпросторі.	2	
4.	Лекція 4. Метод функцій Гріна. Повторення ідеї функції Гріна для задачі Діріхле. Побудова функцій Гріна для інших областей, зокрема для напівпростору та квадранта.	2	
5.	Лекція 5. Варіаційні методи в математичній фізиці. Поняття функціоналу та його мінімізації. Рівняння Ейлера-Лагранжа. Зв'язок між рівняннями математичної фізики та варіаційними задачами (принцип Гамільтона). Варіаційний підхід до рівняння Лапласа та Пуассона.	2	

6.	Лекція 6. Вступ до теорії розподілів (узагальнених функцій). Поняття пробних функцій та лінійного неперервного функціоналу. Дельта-функція Дірака. Використання розподілів для розв'язання рівнянь з точковими джерелами. Теорема про фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	2	
7.	Лекція 7. Рівняння математичної фізики в некласичних постановках. Постановка задач з узагальненими розв'язками. Рівняння з негладкими коефіцієнтами. Вплив різних типів граничних умов на властивості розв'язків.	2	
8.	Лекція 8. Чисельні методи розв'язання рівнянь математичної фізики. Короткий огляд: метод скінченних різниць, метод скінченних елементів. Апроксимація похідних. Розв'язання рівняння Лапласа та теплопровідності методом скінченних різниць. Обговорення стабільності та збіжності чисельних схем.	2	
Усього годин		16	

3.2. Практичні заняття

VI семестр			
№	Тема заняття та короткий зміст	Кількість годин	
		ДФН	ЗФН
1.	Типи лінійних диференціальних рівняннях в частинних похідних другого порядку.	2	
2.	Зведення лінійних диференціальних рівняннях в частинних похідних другого порядку з двома незалежними змінними до канонічного вигляду. Метод характеристик.	2	
3.	Рівняння гіперболічного типу. Постановка задачі Коші для нескінченної струни. Формула Даламбера, її фізичний зміст. Неоднорідне рівняння струни.	2	
4.	Задача про вільні коливання струни із закріпленими кінцями та її розв'язування. Задача Штурма-Ліувілля	2	
5.	Загальна схема методу Фур'є.	2	
6.	Задача Коші для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму для розв'язків рівняння теплопровідності.	2	
7.	Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Формула Пуассона розв'язку задачі Коші для однорідного рівняння теплопровідності.	2	
8.	Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	2	
9	Модуль 1	2	

10.	Рівняння Лапласа. Гармонічні функції та їх властивості. Теорема про середнє значення. Принцип максимуму гармонічної функції. Постановка крайових задач для рівняння Лапласа.	2	
11.	Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Функція Гріна першої та другої крайових задач, їх властивості.	2	
12.	Застосування властивостей гармонічних функцій в дослідженні крайових задач для еліптичних рівнянь.	2	
13.	Знаходження розв'язків задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа за допомогою функції Гріна.	2	
14.	Методи інтегральних перетворень розв'язування задач математичної фізики. . Перетворення Лапласа	2	
15.	Методи інтегральних перетворень розв'язування задач математичної фізики. Дискретні інтегральні перетворення. Перетворення Фур'є.	2	
16.	Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь та їх дослідження.	2	
17.	Крайові задачі для рівняння Лапласа в канонічних областях. Метод розділення змінних в рівнянні Лапласа в полярних і сферичних координатах. Крайові задачі для кола і кулі	2	
18	Модуль 2	2	
Усього годин		36	

VII семестр			
№	Тема заняття та короткий зміст	Кількість годин	
		ДФН	ЗФН
1.	Хвильове рівняння та задача Коші. Розв'язання задачі Коші для одновимірного, двовимірного та тривимірного хвильового рівняння. Використання формул Д'Аламбера, Кірхгофа та Пуассона для конкретних початкових умов. Аналіз областей залежності та поширення збурень для різних розмірностей простору.	2	
2.	Застосування принципу максимуму. Доведення єдиності розв'язків рівнянь теплопровідності та Лапласа для різних граничних умов, використовуючи принцип максимуму. Розв'язання задач на порівняння, що демонструють властивості розв'язків еліптичних та параболічних рівнянь.	2	
3.	Методи інтегральних перетворень. Розв'язання рівнянь теплопровідності на нескінченній прямій за допомогою перетворення Фур'є. Розв'язання рівняння Лапласа в напівплощині (або квадранті) з використанням інтегральних перетворень.	2	

4.	Функції Гріна та їх побудова. Побудова функції Гріна для рівняння Лапласа в простих областях (наприклад, для напівплощини) методом відображень. Використання функції Гріна для знаходження розв'язку неоднорідного рівняння Пуассона.	2	
5.	Варіаційні формулювання. Побудова відповідних функціоналів для заданих рівнянь (наприклад, рівняння Лапласа або рівняння для коливань мембрани). Використання рівняння Ейлера - Лагранжа для отримання рівняння з заданого функціоналу.	2	
6.	Робота з дельта-функцією. Обчислення інтегралів, що містять дельта-функцію Дірака. Знаходження фундаментальних розв'язків диференціальних операторів (наприклад, Δ або $\partial_t - \Delta$) у просторі розподілів.	2	
7.	Аналіз неklasичних розв'язків. Аналіз прикладів рівнянь з розривними початковими або граничними умовами. Обговорення та ілюстрація, чому класичні методи не працюють, і як виникає потреба в узагальнених розв'язках.	2	
8.	Вступ до чисельних методів. Побудова схеми скінченних різниць для одновимірного рівняння теплопровідності. Обчислення розв'язку на кількох кроках за часом, ілюструючи концепцію стабільності та збіжності.	2	
Усього годин		18	

3.3. Самостійна робота

VI семестр			
№	Найменування робіт	Кількість	
		ДФН	ЗФН
1	Підготовка до практичних (семінарських) занять	18	
2	Опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції:	32	
3	Підготовка та складання заліків, екзаменів, тестування	50	
Усього годин		90	

VII семестр			
№	Найменування робіт	Кількість	
		ДФН	ЗФН
1	Підготовка до практичних (семінарських) занять	8	

2	Опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції.	5	
3	Підготовка та складання заліків, екзаменів, тестування	20	
4	Виконання курсових проектів (робіт)	25	
Усього годин		58	

3.4. Курсовий проєкт

Мета курсового проєкту	Метою курсового проєкту є • закріплення, поглиблення й узагальнення знань, отриманих студентами за час вивчення дисципліни «Рівняння математичної фізики» та їх застосування для побудови математичних моделей фізичних процесів та аналізу властивостей їхніх розв'язків; • розвиток навичок самостійної роботи і використання сучасних аналітичних чи чисельних методів при розв'язанні задач, передбачених завданням на курсову роботу; • Розвиток навичок аналізу, оцінки і застосування сучасних програмних засобів (наприклад, Python) для чисельної реалізації, візуалізації розв'язку та інтерпретації отриманих фізичних результатів.
Завдання курсового проєкту	Головним завданням курсового проектування є підготовка студента до самостійної творчої науково-аналітичної діяльності в області формалізації, моделювання та оптимізації складних динамічних процесів на основі знань, отриманих в процесі вивчення дисципліни.
Структура курсового проєкту	Титульний лист; завдання на курсовий проєкт; анотація; зміст; перелік умовних позначень; вступ; основна частина; висновки; список використаних джерел; додатки.
Обсяг курсового проєкту	Рекомендований обсяг — 20-30 сторінок.
Етапи виконання	Постановка задачі та моделювання: вибір фізичного процесу, його формалізація (побудова ДРЧП), визначення області, початкових та граничних умов. Теоретичний аналіз та вибір методу: поглиблене вивчення наукових джерел, аналіз властивостей рівняння, обґрунтування вибору аналітичного або чисельного методу розв'язання. Розробка та реалізація алгоритму: знаходження аналітичного розв'язку або розробка чисельної схеми та її програмне кодування . Верифікація та обробка результатів: проведення обчислювального експерименту, верифікація, візуалізація отриманих даних та інтерпретація фізичних висновків. Оформлення та захист: структуроване оформлення результатів дослідження та розрахунків у пояснювальній записці, підготовка

	презентації та захист проекту, демонструючи набуті аналітичні та програмні навички.
Оцінювання курсового проєкту	Зміст курсового проєкту 75 балів, захист курсового проєкту— 25 балів.
Форма контролю	Захист курсового проєкту передбачає: - стислу доповідь (5 хв.) студента, в якій необхідно відокремити мету, об'єкт, предмет дослідження та коротко висвітлити зміст одержаних результатів. Зробити акцент на висновках та рекомендаціях. Бажано, щоб доповідь студента під час захисту супроводжувалась презентацією результатів. - співбесіду і відповіді на запитання наукового керівника та членів комісії. Курсовий проєкт та її захист оцінюється відповідно до вимог кредитно-модульної системи.
Технічне й програмне забезпечення	Технічні засоби для демонстрування результатів виконання курсового проєкту (ноутбук, проектор). Пакет програмних продуктів Microsoft Office.

4. Критерії оцінювання результатів навчання студентів

Форма підсумкового семестрового контролю VI семестр – екзамен

V II семестр – екзамен,

курсова робота

VI семестр								
Модуль 1			Модуль 2			Підсумковий контроль		Разом з дисципліни
Аудиторна та самостійна робота			Аудиторна та самостійна робота					
Теоретичний курс	Практична робота		Теоретичний курс	Практична робота				
15	25		15	20		25		
№ лекцій	Вид робіт	Бал	№ лекцій	Вид робіт	Бал	Теоретичний курс	10	100
Лекція 1-12	Контрольно-модульна робота	25	Лекція 13 - 27	Контрольно-модульна робота	25	Практичне завдання	15	

VII семестр					
Модуль 1			Підсумковий контроль		Разом з дисципліни
Аудиторна та самостійна робота					
Теоретичний курс	Практична робота				
25	50		25		
№ лекцій	Вид робіт	Бал	Теоретичний курс	10	100
Лекція 1-8	Контрольно-модульна робота	50	Практичне завдання	15	

5. Навчально-методичне забезпечення

6. Рекомендована література

1. Білоколот Є.Д., Шека Д.Д., Збірник задач з курсу “Рівняння математичної фізики”. – К: 2017.

2. Журавська Г.В. Класичні методи розв’язування задач математичної фізики. Навчальний посібник для інженерних спеціальностей./ Журавська Г.В., Качаєнко О.Б., Кузьма О.В., Рева Н.В., Стогній В.І. - Київ: КП, 2017. - 258 с.

3. Грицайчук В. М., Колісник Р. В. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Хмельницький: Хмельницький національний університет, 2020. – 130 с.

4. Дерябін С. М., Іванова О. М., Петрик М. Р. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Київ: КП ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 188 с.

5. Савула Я. Г., Семчишин Я. М. Рівняння математичної фізики: навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2020. – 208 с.

6. Вовк О. Р., Пахомова Л. Є., Тінькова К. І. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2021. – 148 с.

7. Лапицька А. А., Шабельнікова І. В. Рівняння математичної фізики: Курс лекцій. – Київ: Національний авіаційний університет, 2021. – 160 с.

8. Ігнатенко В. В., Дзябенко О. М., Бутиріна Н. С. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Одеса: Одеський національний технологічний університет, 2022. – 120 с.

9. Кардаш В. А., Зікунова О. В., Лазарева М. С. Методи розв'язання рівнянь математичної фізики: Навчальний посібник. – Одеса: Національний університет "Одеська політехніка", 2022. – 156 с. (Фокус на методах, що є суттю курсу РМФ).

10. Колісник Р. В., Медведєв М. Г. Рівняння математичної фізики. Частина 1: Навчальний посібник. – Одеса: Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова, 2022. – 140 с.

11. Попов О. Б., Стельмах С. О., Попова Г. О. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Київ: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2023. – 220 с.

12. Шинкаренко В. І., Галушак Р. М., Колісник Р. В. Рівняння математичної фізики: Навчальний посібник. – Чернігів: Національний університет «Чернігівська політехніка», 2023. – 136 с.

7. Інформаційні ресурси

1. Сторінка курсу в ATutor, ID:6659. URL: <https://dl.tntu.edu.ua>,
2. Науково-технічна бібліотека Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. URL: <https://library.tntu.edu.ua/>
3. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua>
4. Тернопільська обласна універсальна наукова бібліотека. URL: <https://library.te.ua/>

8. Зміни та доповнення до робочої програми навчальної дисципліни

№	Зміст внесених змін (доповнень)	Дата і № протоколу засідання кафедри	Примітки